

Sistemi di riferimento



Il sistema di riferimento del GPS

I rilievi GPS vengono effettuati in un sistema di riferimento geocentrico, fisso rispetto alla terra, convenzionalmente indicato con l'acronimo WGS84 (World Geodetic System), rappresentato dalle coordinate tridimensionali di punti sulla superficie terrestre. Tale sistema è stato definito nel 1984, dal Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti, sulla base dei dati geodetici disponibili in quella data. Al sistema è associato un ellissoide geocentrico omonimo.

WGS84

Il centro e l'asse di rotazione dell'ellissoide coincidono rispettivamente con l'origine e l'asse Z del sistema cartesiano; quindi la posizione di un punto, determinata con osservazioni GPS, può essere espressa sia mediante le coordinate cartesiane (X,Y,Z) che con le coordinate ellissoidiche (f,l,h), rispettivamente latitudine, longitudine e quota ellissoidica.

Il vantaggio di utilizzare questi sistemi di coordinate è la possibilità di esprimere gli elementi geodetici e le coordinate cartografiche di qualunque zona della Terra in un unico riferimento.

WGS84

In questo modo il GPS supera uno dei grandi limiti dei metodi geodetici e topografici tradizionali nei quali le coordinate sono riferite ad un ellissoide nazionale, mentre la quota (ortometrica H) è riferita al geoide.

Per la componente altimetrica, si pone un problema analogo: il GPS fornisce le quote ellissoidiche (rispetto all'ellissoide WGS84); invece, nel sistema geodetico si adottano le quote ortometriche, ossia l'altezza del punto rispetto al livello medio del mare, definito per l'Italia dal mareografo di Genova.

Forma della Terra

La terra ha una forma irregolare detta Geoide” (superficie equipotenziale per campo di gravità).

La forma geometrica che meglio la rappresenta è un ellissoide di rotazione con i seguenti semiassi $a = 6378137 \text{ m}$

$$b = 6356152 \text{ m}$$

Rispetto all' ellissoide il Geoide ha scostamenti massimi di 100 m

Un ellissoide nello spazio è caratterizzato dai seguenti elementi:

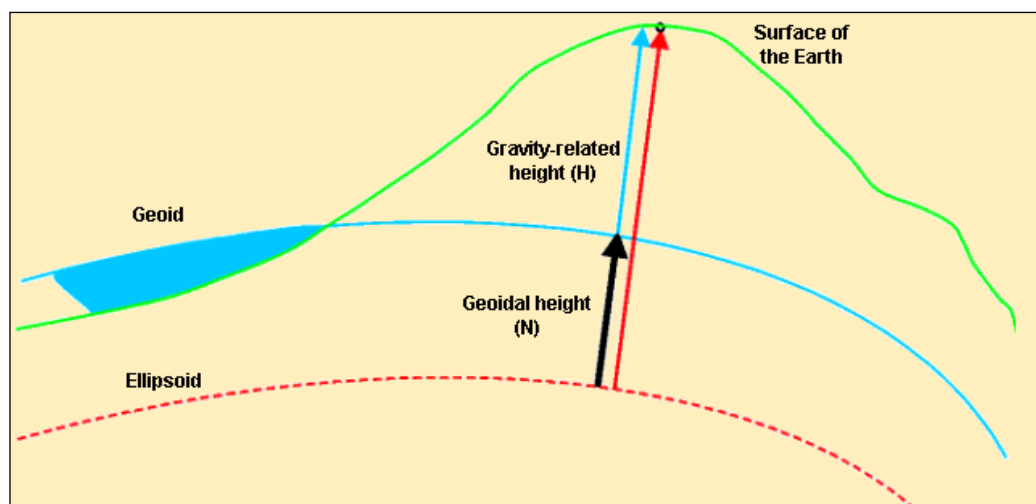
- dimensione: semiasse equatoriale, schiacciamento (2 elementi)
- sistema di riferimento: posizione del centro nello spazio (3 coordinate)
- orientamento nello spazio, rotazioni attorno agli assi (3 rotazioni angolari)

Le quote GPS: Geoide ed Ellissoide WGS84

Geoide: superficie equipotenziale della Terra o superficie con uguale forza gravitazionale

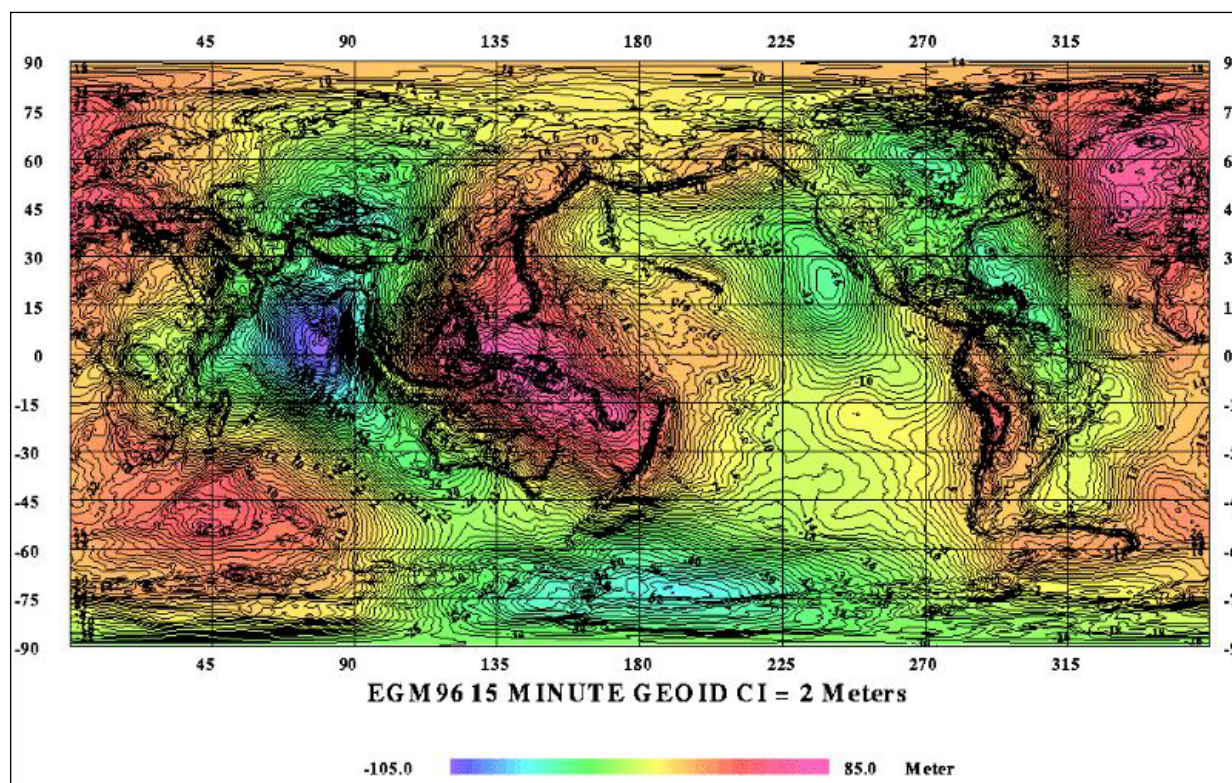
Ellissoide: modello matematico della Terra, rappresenta in modo semplificato la superficie terrestre

La distanza tra Ellissoide e Geoide (N) viene detta ondulazione (l'altezza di un punto sull'Ellissoide (h) è diversa dalla quota sul Geoide (H)).
Il GPS fornisce le altezze sull'ellissoide.



Le quote GPS: Geoide ed Ellissoide WGS84

Ecco la rappresentazione globale dei valori di ondulazione:



Ma cos'è un sistema di riferimento?

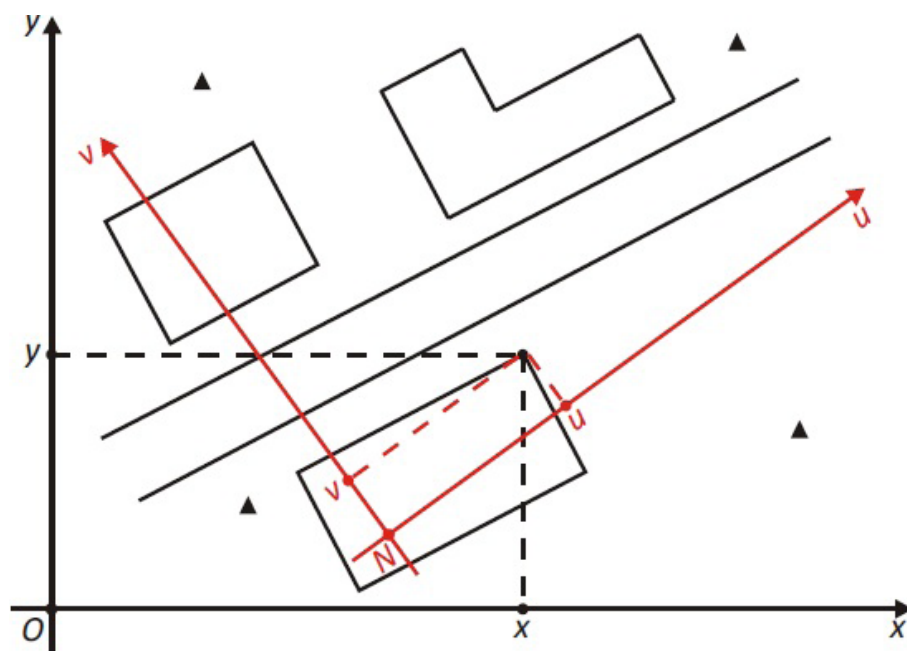
Cos'è un sistema di riferimento?

In fisica e geodesia un sistema di riferimento è un sistema rispetto al quale viene osservato e misurato un certo fenomeno fisico o un oggetto fisico oppure vengono compiute determinate misurazioni. La nozione nasce nell'ambito della meccanica classica, in cinematica e dinamica, con la descrizione del moto dei corpi e con la constatazione che il moto è sempre relativo ad un sistema rispetto al quale lo osserviamo.

Si definisce sistema di coordinate, invece, un sistema di riferimento basato su coordinate, le quali individuano la posizione di un oggetto in qualche spazio.

SR nel piano

Il SR su un foglio



Sono possibili diversi SR.

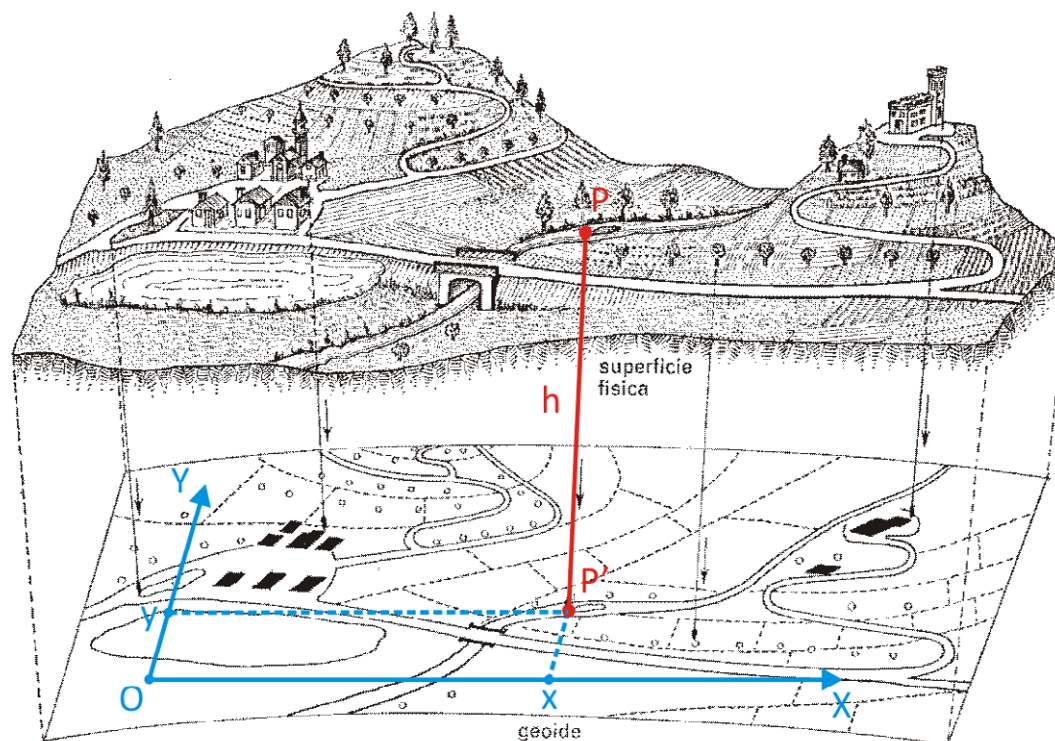
Il problema della
conversione tra diversi SR
nel piano ha occupato per
anni l'uomo.

Superfici di riferimento curve

Il posizionamento con la superficie di riferimento

Invece che un piano, la superficie di riferimento è un ellissoide.

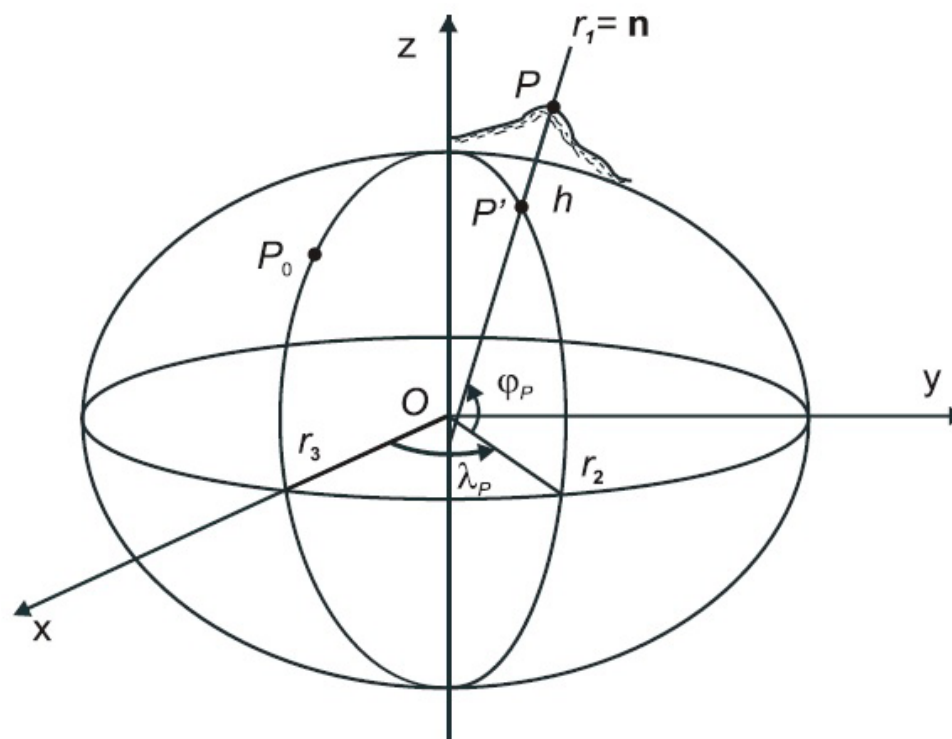
Come caratterizzare la posizione di un punto sulla terra?
Associamo al punto P la terna (x,y,h) .



Coordinate sull'ellissoide

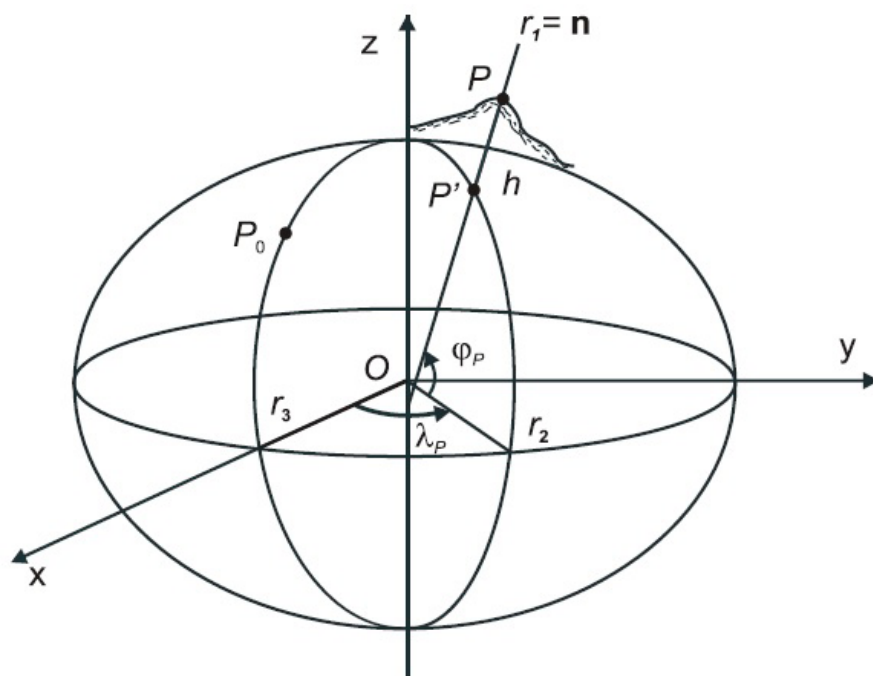
Le coordinate geografiche ellissoidiche

Come istituire coordinate sull'ellissoide?



Le coordinate geografiche ellissoidiche

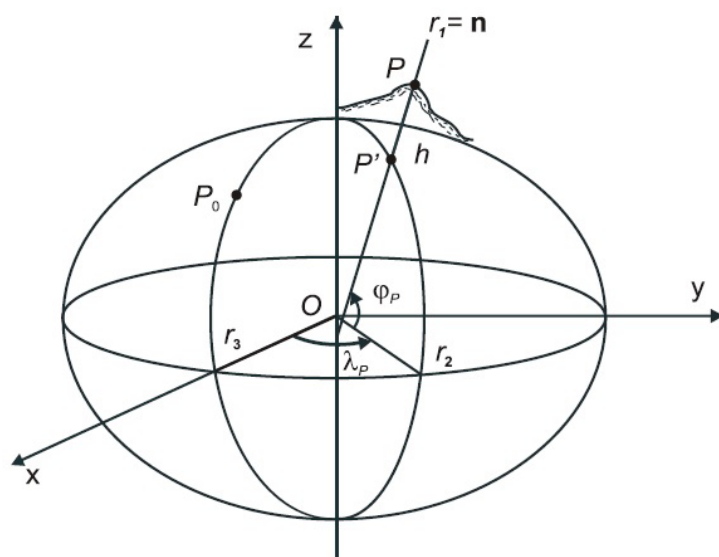
Consideriamo la retta r_1 passante per P e normale all'ellissoide;
chiamiamo P' il punto in cui essa interseca l'ellissoide.



La distanza PP' è detta
altezza ellissoidica h .
Resta da caratterizzare la
posizione di P'
sull'ellissoide e per fare
questo si usano due angoli
detti latitudine φ e
longitudine λ .

Le coordinate geografiche ellissoidiche

Consideriamo il piano π_1 contenente l'asse Z e la retta r_1 ; tale piano contiene anche i punti P e P'.



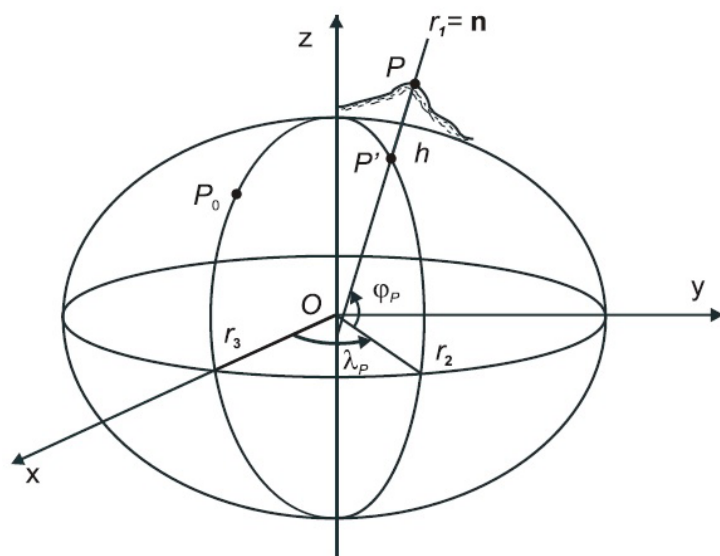
Il piano π_1 forma, intersecandosi con il piano equatoriale , una retta r_2 .

Si definisce latitudine φ del punto P l'angolo formato dalle rette r_1 e r_2 . (Le due rette sono complanari e si intersecano dunque ha senso considerare l'angolo da esse formato).

La latitudine prende valori fra -90° e $+90^\circ$ che spesso vengono indicati con 90S e 90N.

Le coordinate geografiche ellissoidiche

Per la definizione delle longitudini, è necessario definire prima la loro origine.



Si considera un punto P_0 qualunque e il piano meridiano π_2 che lo contiene; la retta r_3 staccata da π_2 sul piano equatoriale π è l'origine delle longitudini.

Si definisce longitudine C del punto P l'angolo formato dalle rette r_3 e r_2 .

La longitudine prende valori fra -180° e $+180^\circ$ che spesso vengono indicati con $180W$ e $180E$.

SR geodetici

Ellissoidi e SR geodetici

Quando si sceglie un ellissoide (forma e dimensioni) e lo si colloca e orienta, si stabilisce un SR geodetico, detto datum.

Quanti ellissoidi esistono? Moltissimi.

Quanti datum? Ancora di più perchè un datum è un ellissoide orientato.

Esistono datum diversi basati sullo stesso ellissoide, ma orientato in modo diverso.

Ellissoidi di interesse per l'Italia

- Hayford: l'ellissoide del datum italiano Roma40.
- WGS-84: l'ellissoide del datum in cui il GPS fornisce i suoi dati.
- Bessel: adottato in passato per il SR italiano; ancora di interesse per il Catasto.

Nome	a [m]	b [m]	f
Hayford	6 378 388.000	6 356 911.946	1/297
WGS 84	6 378 137.000	6 356 752.314	1/298.257223563
Bessel	6 377 397.155	6 356 078.963	1/299.1528128

Datum di interesse per l'Italia

Roma40 – Hayford – orientato a Roma MM

ED50 – Hayford – orientato a Bonn

Datum Roma 40

Definito negli anni '40, è il datum ufficiale italiano.

- Punto di emanazione: Roma Monte Mario – (41°55'25.51",0)
- Origine delle longitudini: Roma MM
- Azimuth su Monte Soratte: $\alpha = 6^{\circ}35'00.88''$
- Longitudine di MM rispetto a Greenwich:
12°27'08.4" • $RMM_RM40_MM = (41^{\circ}55'25.51'', 0)$
Monte Mario rispetto a Roma40, longitudine rispetto a MM
- $RMM_RM40_GW = (41^{\circ}55'25.51'', 12^{\circ}27'08.4'')$
Monte Mario rispetto a Roma40, longitudini rispetto a Greenwich

Datum ED50

European datum 1950: Un SR definito per creare un SR comune europeo, esigenza manifestatasi dopo la fondazione della NATO, per dare alla cartografia un inquadramento unico.

È interessante perché è basato sullo stesso ellissoide di Roma40, ma l'orientamento è diverso.

Ricorda: un datum è un ellissoide orientato.

- Punto di emanazione: Potsdam (Bonn, Germania)
- Origine delle longitudini: Greenwich
- Coordinate di Monte Mario in questo datum:
 $RMM_ED50_GW = (41^{\circ}55'31.487'', 12^{\circ}27'10.93'')$

Perché si danno orientamenti diversi allo stesso ellissoide?

La procedura di orientamento dell'ellissoide descritta in precedenza realizza un orientamento locale dell'ellissoide.

In particolare il fatto che ellissoide e geoide coincidano e siano paralleli nel punto di emanazione implica che le due superfici si approssimino molto bene in un ragionevole intorno del punto di emanazione.

La qualità dell'approssimazione (distanza ma anche diverso orientamento) diminuisce all'aumentare della distanza.

Per tutti questi motivi, si tende ad orientare l'ellissoide in un punto baricentrico per il territorio che si intende servire:

- Roma per l'Italia
- Bonn per l'Europa

Differenze fra Roma40 e ED50

Se ci sono due datum diversi, ci sono due terne cartesiane diverse, nei termini di diversa posizione delle origini, diverso orientamento degli assi. Quanto sono diversi Roma40 ed ED50?

Lo dovremmo valutare in termini di traslazione del centro di un ellissoide rispetto all'altro e rotazione fra gli assi. Si può fare ma non è detto che sia il modo più semplice per capire ed apprezzare la differenza. Un modo per avere un'indicazione più operativa è vedere come le differenze si scarichino sulle differenze di coordinate che i due SR attribuiscono allo stesso punto.

$RMM_RM40_GW = (41^\circ 55' 25.51'', 12^\circ 27' 08.4'')$

$RMM_ED50_GW = (41^\circ 55' 31.487'', 12^\circ 27' 10.93'')$

Differenze: 6" in latitudine, 2.5" in longitudine

Necessità delle coordinate cartografiche

Esempi di coordinate

Coordinate geografiche ellissoidiche:

	φ	λ	h
A	45°11'35.781"	9°07'42.874"	136.87
B	45°11'35.781"	9°07'42.874"	107.42
C	45°11'03.526"	9°09'12.023"	174.98

- Vi è distinzione fra planimetria e altimetria
- Sono definite per tutto l'ellissoide univocamente
- Non sono pienamente intuitive:
- Sono difficili da interpretare in termini di distanza fra punti

Esempi di coordinate

Coordinate cartografiche:

	φ	λ	h
A	45°11'35.781"	9°07'42.874"	136.87
B	45°11'35.781"	9°07'42.874"	107.42
C	45°11'03.526"	9°09'12.023"	174.98

Coordinate cartografiche Gauss-Boaga:

- Vi è distinzione fra planimetria e altimetria
- Sono coordinate piane (assimilabili alle coordinate cartesiane), facilmente interpretabili in termini di distanza
- Si vedrà che non è possibile un sistema di coordinate unico per tutto l'ellissoide

Bilancio delle coordinate geografiche (o ellissoidiche)

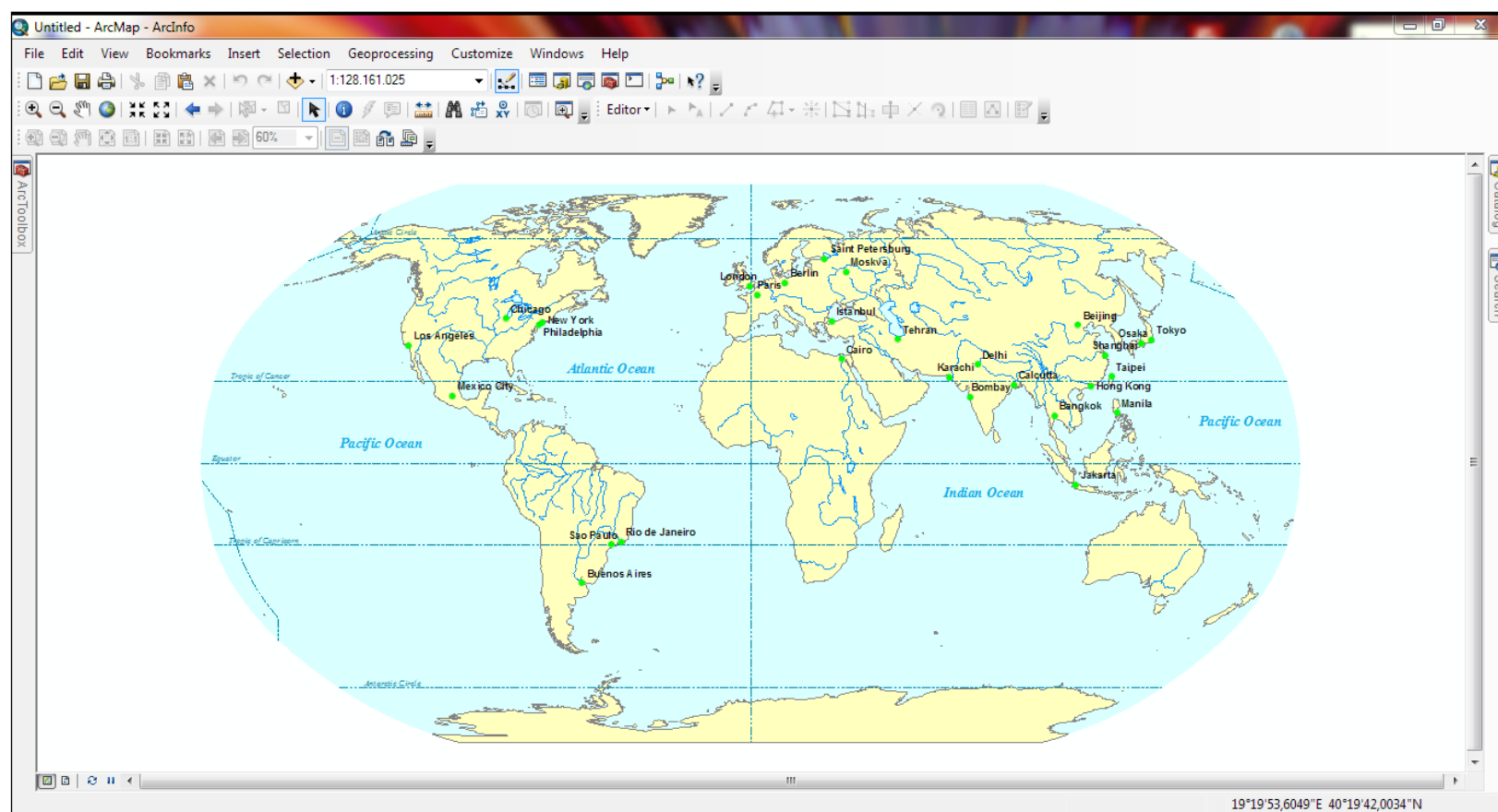
PRO

- Sono definite per tutto l'ellissoide
- Distinguono planimetria e altimetria

CONTRO

- Non sono pienamente intuitive:
- Sono difficili da interpretare in termini di distanza fra punti
- $A = (45^{\circ}11'35.781'', 9^{\circ}07'42.874'')$
- $C = (45^{\circ}11'03.526'', 9^{\circ}09'12.023'')$
- La topografia sull'ellissoide è molto complessa

Definite su tutto l'ellissoide



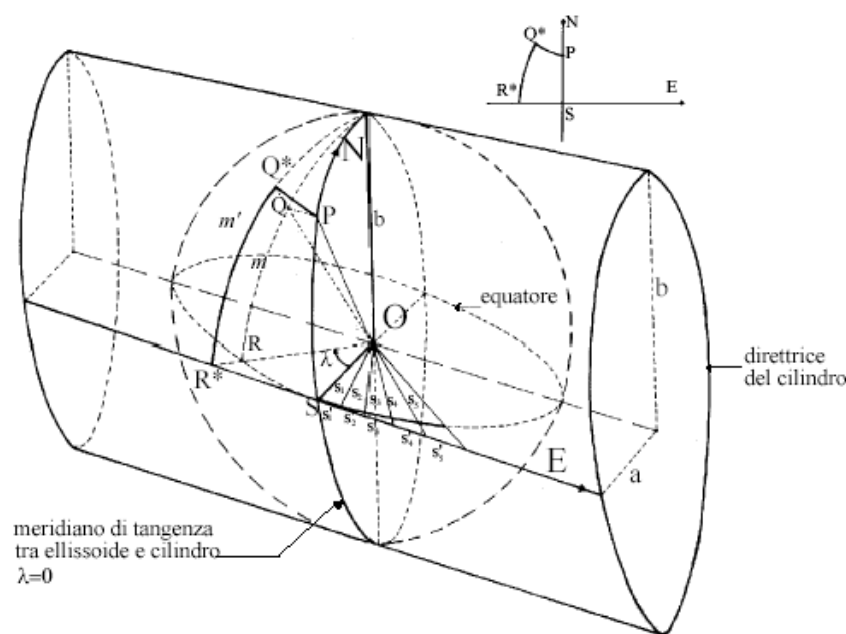
Perché servono le coordinate cartografiche?

- Per avere coordinate intuitive come quelle cartesiane
- Per avere la possibilità di svolgere i calcoli della topografia in modo semplice come nell'ipotesi di superficie di riferimento piana

Le proiezioni cartografiche

La proiezione di Gauss in pillole

La proiezione di Gauss, detta anche di Gauss-Kruger, o anche UTM, Universal Transverse Mercator.

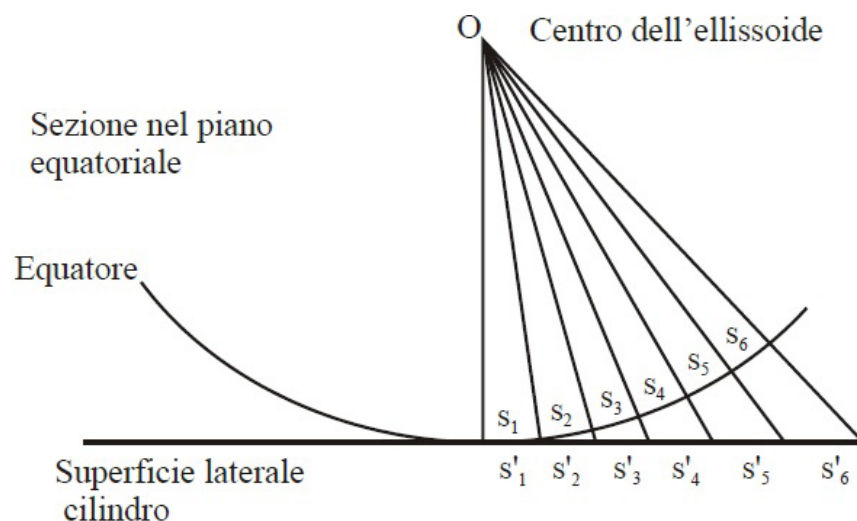


È basata su un cilindro
 traverso, il cui asse è
 orizzontale.
 Si tratta di una proiezione
 a due passi di cui viene
 illustrato solo il primo,
 perché il secondo, da
 cilindro a piano, è scontato
 e indolore.

La deformazione delle distanze

Consideriamo la sezione equatoriale:

Consideriamo diversi punti sull'equatore, equispaziati.



Consideriamo le loro proiezioni sul cilindro.

Il rapporto $\mu = s_i/s'_i$ è prossimo a 1 intorno al meridiano di tangenza.

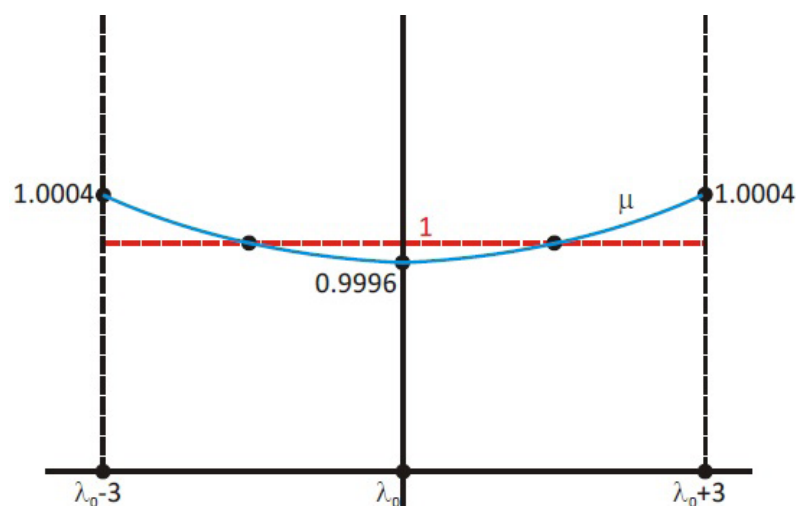
Il rapporto μ cresce allontanandosi dal meridiano.

Deformazione delle distanze.

Il rapporto μ può raggiungere valori abnormi.

Il coefficiente μ

Dopo la contrazione delle coordinate, la situazione è quella della figura.



Presso il meridiano di tangenza si ha $\mu = 0.9996$, cioè contrazione.

Si hanno due regioni di neutralità.

Ai bordi si ha $\mu = 1.0004$, cioè ancora dilatazione.

La deformazione massima è 0.4 per mille, corrispondente a 40 cm al km: la deformazione è stata dimezzata.

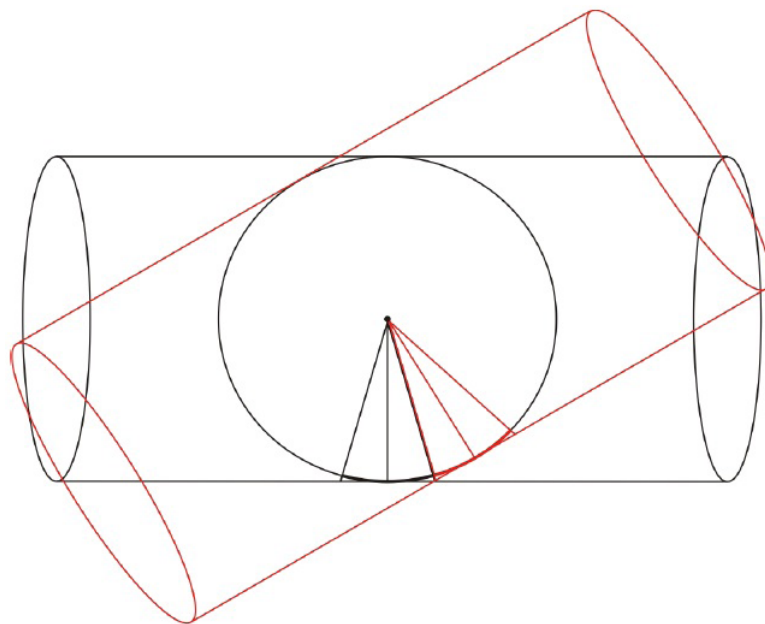
Il falso Est

I punti che si trovano sul meridiano di tangenza hanno $Est=0$. Muovendosi verso Est (nell'emisfero Nord) la coordinata Est è positiva; muovendosi verso Ovest la coordinata Est è negativa. Si vuole che le coordinate siano tutte positive; si aggiunge alle coordinate Est una quantità costante opportuna detta falso Est, talvolta indicata con E.

In questo modo si ha, per i punti dei meridiani di tangenza,
 $E = E_0$.

Per tutti i punti vale $E > 0$.

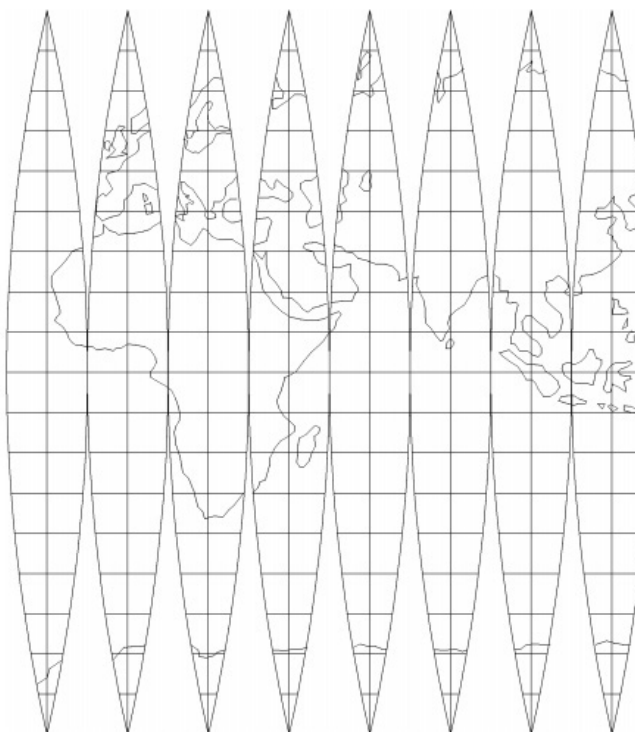
I fusi



La scelta di un meridiano centrale e la successiva costruzione di un cilindro di proiezione consente di mappare solo una regione abbastanza ristretta attorno al meridiano, se si vogliono contenere le deformazioni. Una regione dell'ellissoide caratterizzata da $|\lambda - \lambda_0| \geq c$ è detto fuso di ampiezza $2c$.

I fusi

Se si deve mappare un territorio ampio, è necessario suddividerlo in diversi fusi contigui, individuare in ciascuno un meridiano centrale, costruire altrettanti cilindri e fare tante proiezioni quanti sono i fusi.



UTM fuses

I parametri della proiezioni di Gauss

I parametri sono:

- ampiezza del fuso
- coefficiente μ_0
- falso Est E_0

Dal punto di vista matematico, è possibile assortire tali parametri in modo sostanzialmente arbitrario.

I sistemi cartografici

Una proiezione cartografica è la funzione matematica con cui i punti dell'ellissoide vengono proiettati sul piano.

Nel caso della proiezione di Gauss, vi sono numerosi parametri: ampiezza del fuso, μ_0 , E_0 .

Indichiamo con l'espressione **sistema cartografico** il complesso costituito dalle leggi matematiche della proiezione e da una particolare scelta dei parametri.

Ne prendiamo in considerazione due:

- **Il sistema UTM**
- **Il sistema italiano Gauss-Boaga**

Il sistema UTM

UTM: Universal Transverse Mercator, proiezione universale traversa di Mercatore (insigne cartografo del '500).

È un sistema basato sulla proiezione di Gauss per cartografare tutta la Terra.

- $\mu_0 = 0,9996$
- Estensione fusi: 6°
- $EO = 500000$

L'ellissoide è suddiviso in 60 fusi, numerati.

Si parte dal punto agli antipodi di Greenwich e ci si muove nell'emisfero Ovest.

Greenwich è l'estremo Est del fuso 30 e l'estremo Ovest del Fuso 31.

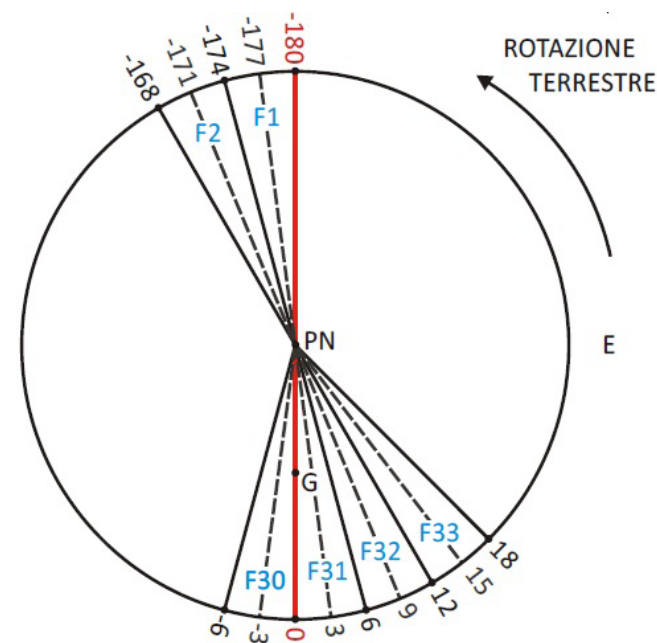
Il sistema UTM

L'Italia si estende in longitudine da 6° a $18^\circ 30'$ circa, dunque è coperta dai fusi 32, 33 e 34.

- Fuso 32 - $6^\circ < \lambda < 12^\circ$; $0 = 9^\circ$
- Fuso 33 - $12^\circ < \lambda < 18^\circ$; $0 = 15^\circ$
- Fuso 34 - $18^\circ < \lambda < 24^\circ$; $0 = 21^\circ$

Le coordinate assegnate ai punti sono univoche all'interno del fuso, ma non lo sono se si prendono in considerazione più fusi. Il punto (550000, 5000300) esiste in ognuno dei 60 fusi.

Quando si assegnano coordinate nel sistema UTM bisogna fornire, insieme alle coordinate del punto, il fuso al quale appartiene.
Esempio, $P=(550000, 5000300)$, F32



Il sistema cartografico italiano, detto Gauss-Boaga

Boaga è stato un insigne geodeta italiano che negli anni '40 ha dato al sistema cartografico italiano l'assetto che ha ancora oggi.

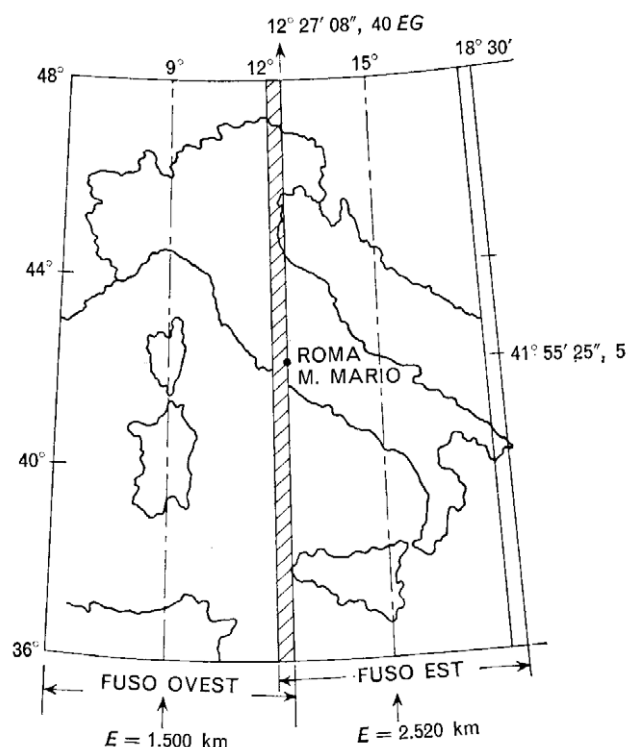
Il datum è Roma40.

Per la deformazione cartografica si ha $\mu_0 = 0,9996$

Esistono due fusi:

- Fuso Ovest - $6^\circ < \lambda < 12^\circ 27' 08.4''$; $\lambda_0 = 9^\circ$; $EO = 1500000$,
estremo Est è Monte Mario
- Fuso Est - $11^\circ 57' 08.4'' < \lambda < 18^\circ 30'$; $\lambda_0 = 15^\circ$; $EO = 2520000$,
estremo Ovest è 30' a Ovest di MM

Il sistema cartografico italiano, detto Gauss-Boaga



Ci sono deroghe alla regola dei 6° di ampiezza per:

- Consentire la sovrapposizione fra fusi e agevolare la mappatura di zone a cavallo dei fusi
- Comprendere nel fuso Est una piccola propaggine costituita dalla punta della Puglia, in modo da evitare l'aggiunta di un terzo fuso

I falsi Est sono differenziati: si ha univocità completa.

Riepilogo ellissoidi e Datum

Ellissoidi	Datum
• Hayford • WGS-84 • Bessel	• Roma40 – Hayford • ED50 – Hayford • WGS84 – WGS84

Sistemi cartografici interessanti per l'Italia

- **Gauss-Boaga** -> Proiezione di Gauss strutturata in fusi, in modo analogo a UTM, ma tuttavia diversa. Datum Roma40
- **UTM-WGS84** -> Proiezione UTM basata sul datum WGS84
- **UTM-ED50** -> Proiezione UTM basata sul datum ED50
- **UTM-Roma40** -> Esiste?

Nelle carte italiane c'è sempre il riferimento a GB.

Spesso quello a UTM-ED50, a volte semplicisticamente indicato con UTM.

In un futuro abbastanza prossimo le carte saranno riferite a UTM-WGS84.

Giovanni Boaga



È stato un matematico e un geodeta italiano. Fu professore di geodesia e topografia all'Università di Pisa e di Roma; fu geodeta capo all'Istituto Geografico Militare di Firenze, dove si occupò di cartografia e del catasto terreni. Boaga ideò la proiezione di Gauss-Boaga, modificando la proiezione di Gauss nella rappresentazione cartografica dell'Italia per l'Istituto Geografico Militare.

Trieste, 28 febbraio 1902 – Tripoli, 17 novembre 1961

Gerardo Mercatore



Gerardus Mercator, latinizzazione di Gerard de Cremer, è stato un matematico, astronomo e cartografo fiammingo. Noto anche come Gerhard Mercator e Gerardo Mercatore in italiano, divenne celebre per i suoi studi nella cartografia e per aver inventato un sistema di proiezione che porta il suo nome (proiezione di Mercatore).

Rupelmonde, 5 marzo 1512 – Duisburg, 2 dicembre 1594

Carl Friedrich Gauss



Carl Friedrich Gauss è stato un matematico, astronomo e fisico tedesco, che ha dato contributi determinanti in vari campi, inclusi analisi matematica, teoria dei numeri, statistica, calcolo numerico, geometria differenziale, geodesia, geofisica, magnetismo, elettrostatica, astronomia e ottica.

Braunschweig, 30 aprile 1777 – Gottinga, 23 febbraio 1855



GPSBRIANZA

ING. GIORGIO **MERONI** - ING. MARCO **TAGLIABUE**